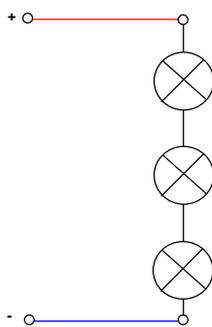


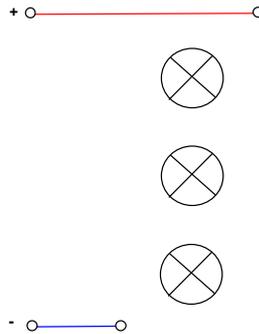
6.6 Schaltungen von Widerständen

Aufgabe

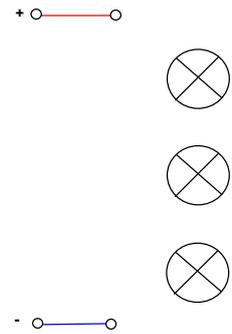
Gegeben sind 3 Verbraucher (z.B.: Lampen). Suche mögliche Schaltungsvarianten und zeichne diese auf.



Serie



Parallel



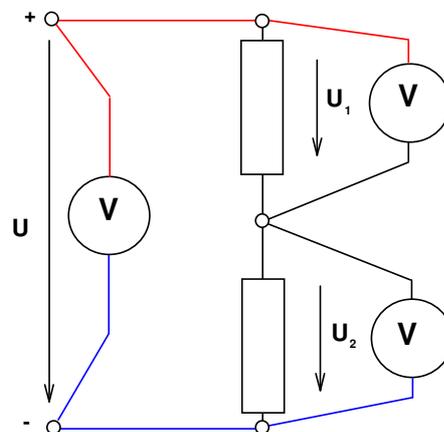
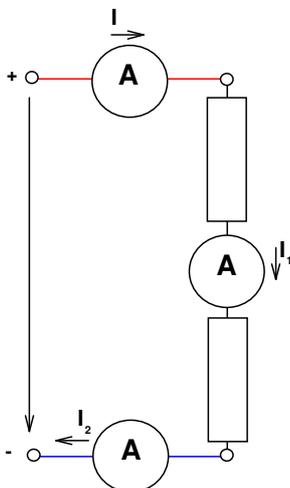
Kombiniert

6.6.1 Die Serieschaltung

oder Reihenschaltung

Verhalten des Stromes

Verhalten der Spannungen



**Der Strom ist bei serie-
geschalteten Widerständen
überall gleich gross.**

**Die Spannung teilt sich an
den Widerständen im
gleichen Verhältnis wie die
Widerstände auf.
(Proportionalität)**

$$I = I_1 = I_2$$

$$U = U_1 + U_2$$

Laut ohmschem Gesetz gilt

$$U = R \cdot I$$

$$U_1 = R_1 \cdot I_1$$

$$U_2 = R_2 \cdot I_2$$

Aus dem Verhalten der Spannung in der Serieschaltung folgt

$$U = U_1 + U_2$$

Wir setzen nun für die Spannungen U_1 , U_2 und U die oberen Gleichungen ein

$$R \cdot I = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2$$

Das Verhalten des Stromes in der Serieschaltung besagt, dass

$$I = I_1 = I_2$$

Aus dieser Beziehung kann nun in die Gleichung für I_1 und I_2 der Wert I eingesetzt werden

$$R \cdot I = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I$$

Die Gleichung kann nun wie folgt vereinfacht werden

$$R_{Tot} = R_1 + R_2$$

Merke

Die Summe der Teilwiderstände ergibt den totalen Widerstand

$$R_{Tot} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

R_{Tot} **Total- bzw. Gesamtwiderstand** Ω

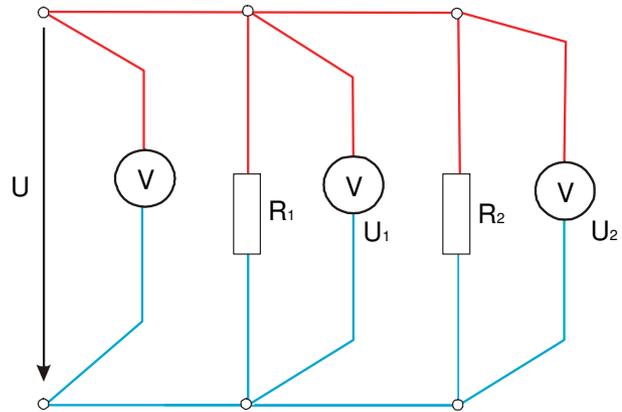
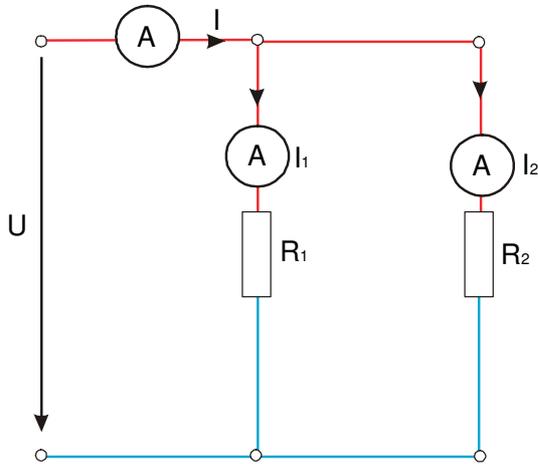
$R_1 \dots R_n$ **Teilwiderstände** Ω

6.6.2 Die Parallelschaltung

oder Nebeneinanderschaltung

Verhalten des Stromes

Verhalten der Spannungen



**Strom teilt sich umgekehrt
 proportional zu den Wider-
 ständen auf.**

**Die Spannung bleibt bei
 allen Widerständen gleich
 gross**

$$I = I_1 + I_2$$

$$U = U_1 = U_2$$

Laut ohmschem Gesetz gilt

$$I = \frac{U}{R}$$

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2}$$

Aus dem Verhalten der Ströme
 in der Parallelschaltung folgt

$$I = I_1 + I_2$$

Wir setzen nun für die Ströme I_1 ,
 I_2 und I die oberen Gleichungen
 ein

$$\frac{U}{R_{Tot}} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}$$

Das Verhalten des Spannungen in der Parallelschaltung besagt, dass

$$U = U_1 = U_2$$

Aus dieser Beziehung kann nun in die Gleichung Für U_1 und U_2 der Wert U eingesetzt werden

$$\frac{U}{R_{Tot}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

Die Gleichung kann nun wie folgt vereinfacht werden

$$\frac{1}{R_{Tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Mit der Beziehung des Leitwertes kann die Gleichung wie folgt abgewandelt werden

$$G = \frac{1}{R} \left[\frac{1}{\Omega} = S \right]$$

Merke

Die Summe der Teilleitwerte ergibt den totalen Leitwert

$$G_{Tot} = G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n$$

G_{Tot}	Total- bzw. Gesamtleitwert	S
$G_1 .. G_n$	Teilleitwerte	S

Totalwiderstand berechnet mit Teilwiderständen

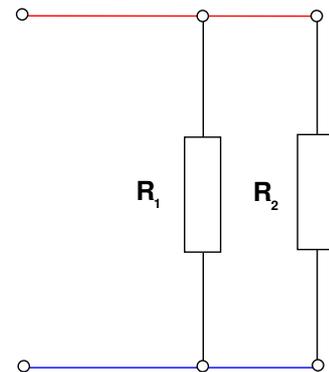
$$R_{Tot} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

Zwei parallele Widerstände

$$\frac{1}{R_{Tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Berechnung von einem Gesamtwiderstand aus zwei parallelen Widerständen.

Die Brüche mit R_1 und R_2 werden auf den gleichen Nenner ($R_1 R_2$) gebracht. Aus diesem Grund muss der Bruch mit R_1 um den Wert R_2 im Zähler erweitert werden.



$$\frac{1}{R_{Tot}} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2} + \frac{R_1}{R_2 \cdot R_1}$$

Bei Brüchen mit gleichen Nennern wird der gemeinsame Nenner beibehalten und die Zähler werden addiert

$$\frac{1}{R_{Tot}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

$$R_{Tot} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Merke

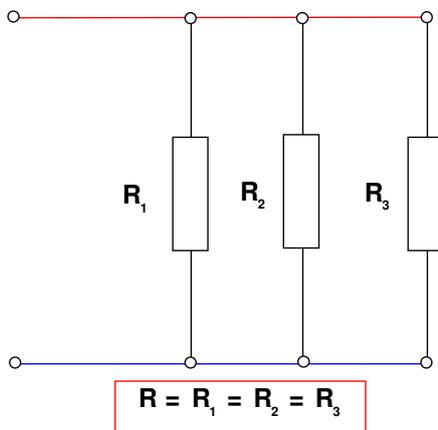
Der Gesamtwiderstand zweier paralleler

Widerstände berechnet sich aus dem Produkt

der zwei Widerstände dividiert durch die

Summe der zwei Widerstände.

Gleiche parallele Widerstände



In der nebenstehenden Schaltung sind alle drei Widerstände vom gleichen Ohmwert. Mit dieser Ausgangslage ist der Gesamtwiderstand zu berechnen.

$$\frac{1}{R_{Tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Da alle Widerstände den gleichen Wert besitzen können die Widerstände R_1 , R_2 und R_3 durch R ersetzt werden

$$\frac{1}{R_{Tot}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{R_{Tot}} = \frac{3}{R}$$

$$R_{Tot} = \frac{R}{3}$$

Bei gleichen Nennern können die Brüche addiert werden.

Da der Gesamtwiderstand drei gleicher paralleler Widerstände einen drittel eines Teilwiderstandes ausmacht kann folgende Regel abgeleitet werden.

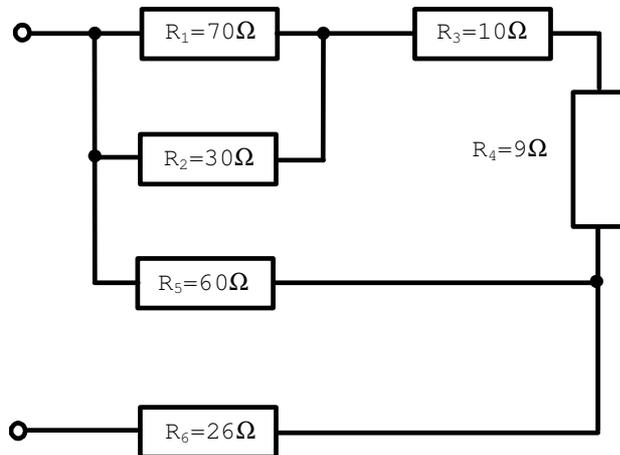
Merke

Ein Teilwiderstand dividiert durch die Anzahl der Teilwiderstände ergibt den Gesamtwiderstand bei gleichen parallelen Widerständen.

$$R_{Tot} = \frac{R}{n}$$

6.6.3 Die gemischte Schaltung

oder kombinierte Schaltung



Eine Kombination von Serie- und Parallelschaltungen nennt man gemischte Schaltung.

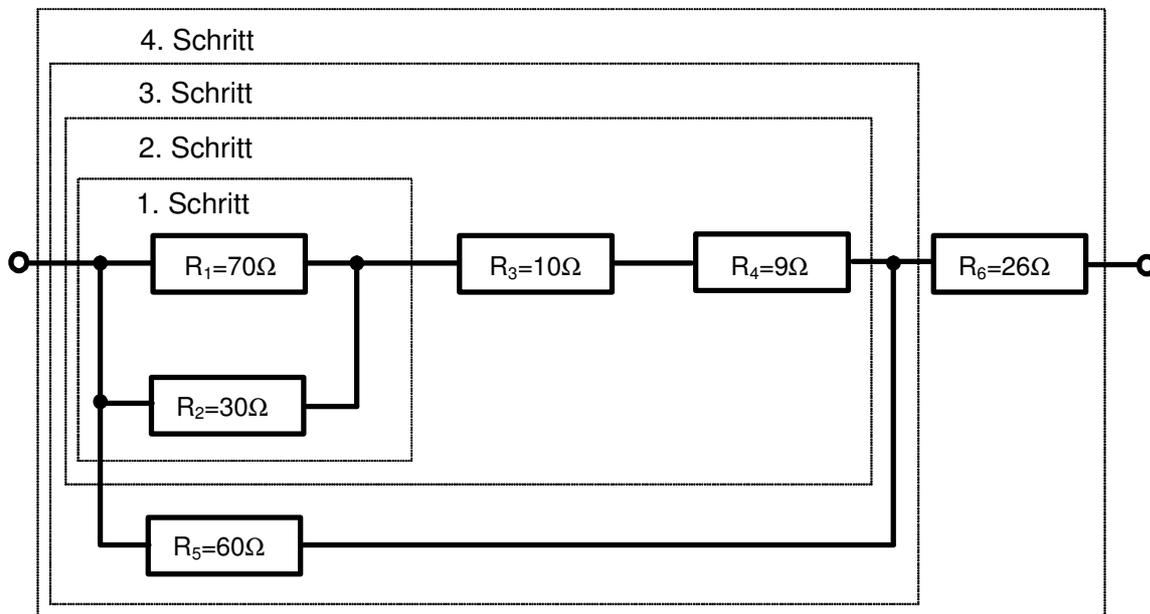
Durch schrittweises Ersetzen von reinen

Serieschaltungen

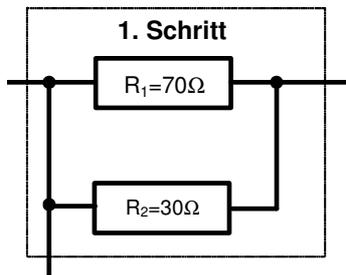
und Parallelschaltungen

durch einen Ersatzwiderstand kann man den Gesamtwiderstand ermitteln, dieser hat genau die gleichen Eigenschaften wie die ursprüngliche Schaltung.

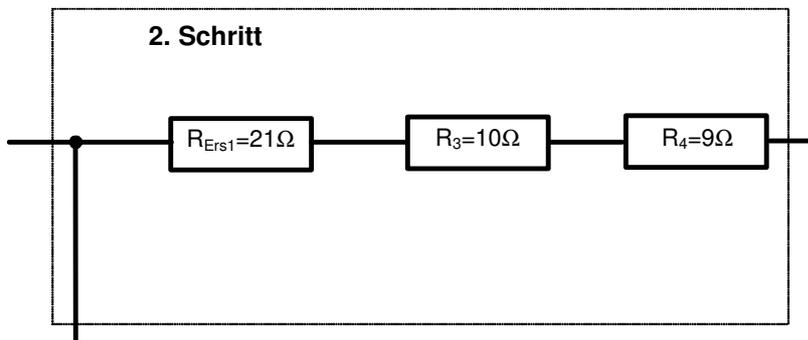
Nach jedem Schritt kann die Schaltung neu gezeichnet werden bis nur noch ein Widerstand vorhanden



Auflösen der Parallelschaltung und einsetzen des Ersatzwiderstandes in die Schaltung.



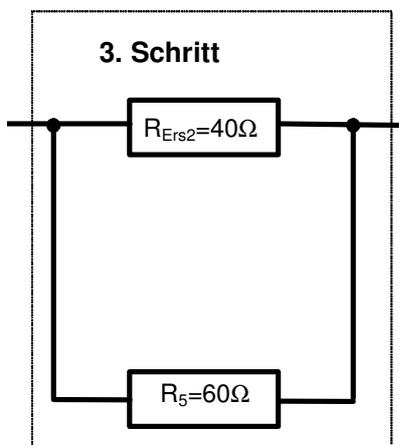
$$R_{Ers1} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{70 \cdot 30}{70 + 30} = 21 \Omega$$



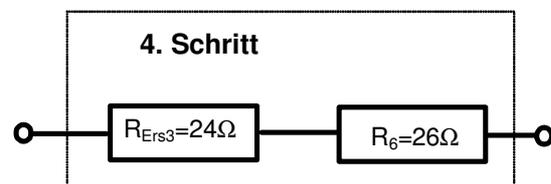
Auflösen der Serie-
schaltung

$$R_{Ers2} = 40 \Omega$$

Im dritten Schritt wird die letzte Parallelschaltung aufgelöst.



$$R_{Ers3} = \frac{R_{Ers2} \cdot R_5}{R_{Ers2} + R_5} = \frac{40 \cdot 60}{40 + 60} = 24 \Omega$$



Mit der Auflösung der letzten Schaltung ist die Berechnung abgeschlossen.

$$R_{Tot} = \underline{\underline{50 \Omega}}$$