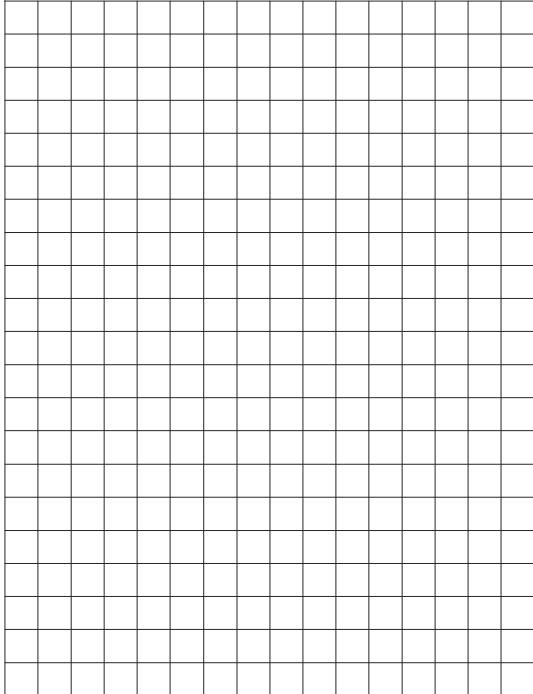


1 Grundlagen der Mathematik

Lösen Sie die nachfolgenden grundlegenden Aufgaben.

Beweisen Sie durch Ausrechnung, dass $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$ ist!



Wichtige mathematische Regeln:

$0 \cdot a = 0a = 0$
 $1 \cdot a = 1a = a$
 $a + a = 2 \cdot a = 2a$
 $2a + 3a = (2+3) \cdot a = 5a$
 $a - a = 0$
 $a \cdot b = ab$
 $a \cdot a = a^2$

$(ab)^2 = a^2b^2$
 $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$

Bei den nachfolgenden Betrachtungen darf $a \neq 0$ sein!

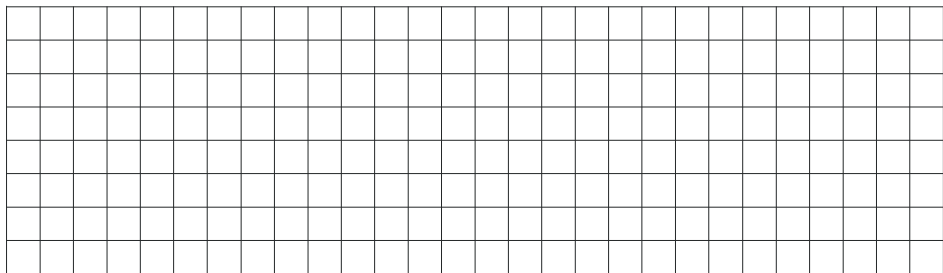
$0 : a = 0$
 $a : a = 1$
 $a^2 : a = a$
 $6a : 3a = 2$

2 Assoziativgesetze

Was bedeutet das Assoziativgesetz in Bezug auf die nachfolgenden zwei Aufgaben? Schreiben Sie die möglichen umgeformten wahren mathematischen Darstellungen auf!

$a + (b + c) =$

$a \cdot (b \cdot c) =$

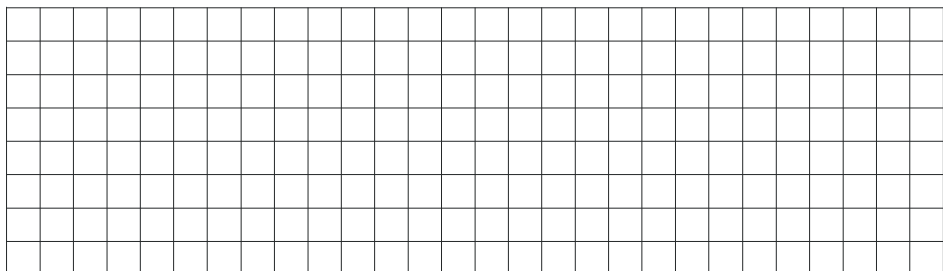


Kommutativgesetze

Was bedeutet das Kommutativgesetz in Bezug auf die nachfolgenden zwei Aufgaben? Schreiben Sie die möglichen umgeformten wahren mathematischen Darstellungen auf!

$a + b =$

$a \cdot b =$



9 Folgende Aufgabe soll so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$16\frac{1}{3}ac \cdot 0,5bx$$

$$8\frac{1}{6}abcx$$

10 Folgende Aufgabe soll so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$0,8c \cdot 0,5ab \cdot nx$$

$$0,4abcnx$$

11 Folgende Aufgabe soll so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$4\frac{1}{5}ab \cdot 8x - 2\frac{1}{2}ax \cdot 9b$$

12 Folgende Aufgabe soll so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$15,3 \cdot \frac{d}{5} \cdot 0,1a \cdot \frac{1}{2}ny$$

13 Folgende Aufgabe soll so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$9 \cdot (-5x)$$

14 Folgende Aufgabe soll so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$\left(-\frac{1}{2}x\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}y\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}z\right)$$

15 Folgende Aufgabe soll so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$5\frac{1}{2}a \cdot \left(-3\frac{1}{3}b\right)$$

16 Folgende Aufgabe soll so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$16a \cdot (-7b) \cdot (-3c)$$

- 17 Folgende Aufgabe soll durch ausmultiplizieren so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$(a + 3) \cdot 7$$

- 18 Folgende Aufgabe soll durch ausmultiplizieren so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$(8a + 8b - c) \cdot 12$$

- 19** Folgende Aufgabe soll durch auflösen des Klammerausdruckes so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$(4x - 4y) \cdot (-3a)$$

- 20** Folgende Aufgabe soll durch auflösen der Klammerausdrücke so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$(a + b) \cdot 6 + 4 \cdot (a - b)$$

- 21** Folgende Aufgabe soll durch auflösen des Klammerausdruckes so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$(y - 9) \cdot (x - 4)$$

- 22** Folgende Aufgabe soll durch auflösen der Klammerausdrücke so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$(2x - y) \cdot (3m - n) - (2x - y) \cdot (m + 3n) =$$

- 23** Folgende Aufgabe soll so weit wie möglich durch ausklammern vereinfacht werden.

$$25 \cdot 11 + 15 \cdot 25 - 2 \cdot 25$$

- 24** Zerlegen Sie nachfolgende Gleichung in Faktoren!

$$(a + b) \cdot n + (a + b) \cdot m$$

24 Zerlegen Sie nachfolgende Gleichung in Faktoren!

$$5bx - bx - 15bx$$

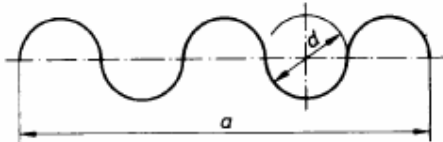
25 Zerlegen Sie nachfolgende Gleichung in Faktoren!

$$\frac{b}{2} \cdot (x - y) \cdot \frac{r}{2} + \frac{r}{2} \cdot (x - y) \cdot b$$

- 26 Ein Blechstreifen soll zu Wellblech von der Länge a geformt werden.

Berechnen Sie die Blechlänge l :

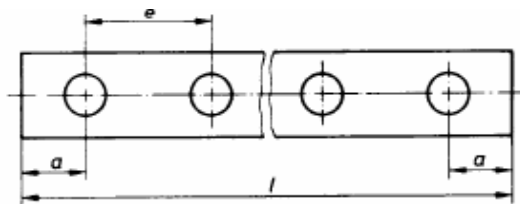
- a) allgemein mit Hilfe von Variablen,
 b) für $a = 4m$.



- 27 Ein Flachstahl soll 49 Löcher erhalten.

Berechnen Sie die Werkstücklänge l :

- a) allgemein mit Hilfe von Variablen,
 b) für $a = 25mm$ und
 $e = 55mm$.



28 Berechnen Sie für den Profilstahl die Querschnittfläch A (Abrundungen vernachlässigen):

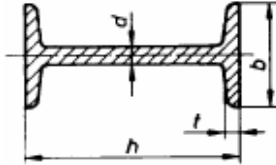
a) allgemein mit Hilfe von Variablen,

b) für $h = 140\text{mm}$,

$b = 66\text{mm}$,

$d = 5,7\text{mm}$ und

$t = 8,6\text{mm}$.



29 Folgende Aufgabe sollen so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$\frac{6x}{bc} \cdot \frac{bc}{18x}$$

30 Folgende Aufgabe sollen so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$\frac{a+b}{n} \cdot \frac{c+d}{a-b} \cdot \frac{nx}{a+b} \cdot \frac{a-b}{c+d}$$

31 Folgende Aufgabe sollen so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$\left(-\frac{15ab}{76xy}\right) \cdot \left(-\frac{4x}{5b}\right) \cdot \left(-7\frac{3}{5}y\right)$$

32 Folgende Aufgabe sollen so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$\frac{a-b}{5} \cdot 20 \cdot \frac{10}{a-b}$$

33 Folgende Aufgabe sollen so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$\frac{6ab}{5(x+y)} \cdot \frac{25(x+y)}{3b}$$

34 Folgende Aufgabe sollen so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$\frac{m+n}{a-b} \cdot \frac{a-b}{a-x} \cdot \frac{x-a}{m-n}$$

35 Folgende Aufgabe sollen so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$\frac{x-5}{6b} \cdot \frac{4x}{5-x} \cdot \left(-4\frac{1}{b}b\right)$$

36 Folgende Aufgabe sollen so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$\frac{a+b}{4x+4y} \cdot \frac{5x+5y}{a-b}$$

37 Folgende Aufgabe sollen so weit wie möglich vereinfacht werden.

$$\frac{3a+3b}{5x-5y} \cdot \frac{10x-10y}{9a+9b}$$

- 38 Vereinfachen Sie soweit wie möglich. Geben Sie die Lösung als gekürzten Bruch an.

$$\frac{2a+1}{a^3}$$

$$\left(1 + \frac{1}{a}\right)^2 \left(1 + \frac{a^2}{a^2 + a}\right) \left(2 - \frac{2a^2 + 2a - 1}{a^2 + a}\right)$$

- 39 Vereinfachen Sie soweit wie möglich. Geben Sie die Lösung als gekürzten Bruch an.

$$\frac{a^2 - b^2}{ab}$$

$$(a-b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

- 40 Vereinfachen Sie soweit wie möglich. Geben Sie die Lösung als gekürzten Bruch an.

$$\left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right)\left(\frac{n}{m} + \frac{m}{n}\right)$$

$$\frac{m^4 - n^4}{(mn)^2}$$

- 41 Vereinfachen Sie soweit wie möglich. Geben Sie die Lösung als gekürzten Bruch an.

$$\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}\right)^2$$

$$\frac{1}{a^2(a+1)^2}$$

42 Vereinfachen Sie soweit als möglich.

$$\frac{x}{x^2 + y^2} \left(\frac{2x}{x+y} - \frac{x-y}{x} \right)$$

$$\frac{1}{x+y}$$

43 Vereinfachen Sie soweit als möglich.

$$\frac{u}{u+1} \left(\frac{1}{u} - u \right) - \frac{u}{1-u} \left(\frac{1}{u} + u \right)$$

$$\frac{2u}{u+1}$$

44 Vereinfachen Sie soweit als möglich.

$$\left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right)\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) + \frac{1}{b^2}$$

$$-\frac{1}{a^2}$$

45 Vereinfachen Sie soweit als möglich.

$$(a-1)\left(a + \frac{1}{1-a}\right)\left(1+a - \frac{a^2}{a+1}\right)$$

$$\frac{(a^2 - a - 1)(2a + 1)}{a + 1}$$

46 Vereinfachen Sie soweit als möglich.

$$\left(\frac{1}{x-1}\right)\left(\frac{x^2-1}{1-x^2}\right)\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2\left(\frac{x^3-x^2-x+1}{x^2-2x+1}\right)$$

$$\frac{(1-x)}{(1+x)}$$

47 Vereinfachen Sie soweit als möglich.

$$x\left(1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}\right)^2\left[1-\left(\frac{x}{x-2}\right)^2\right]$$

$$\frac{(1-x)}{(1+x)}$$

48 Multiplikation von Brüchen

Multiplizieren Sie die nachfolgenden Brüche und lesen Sie die nebenstehenden Regel.

$$3 \cdot \frac{7}{25} =$$

Ein Bruch wird mit einer natürlichen Zahl multipliziert, indem man den Zähler mit der natürlichen Zahl multipliziert und den Nenner beibehält.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} =$$

Brüche werden miteinander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

$$4 \cdot \frac{3}{14} =$$

Wenn möglich, kürzen wir schon vor dem Multiplizieren.

Gemischte Zahlen werden zuerst in Brüche verwandelt und dann multipliziert.

$$1 \frac{1}{17} \cdot 4 \frac{9}{10} =$$

Bei der Multiplikation von Brüchen gilt:

- Das Produkt zweier Bruchzahlen ist eine Bruchzahl
- Das Assoziativgesetz

$$\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3}\right)$$
- Das neutrale Element ist 1

$$\frac{2}{7} \cdot 1 = \frac{2}{7}$$
- Das Kommutativgesetz

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{7}$$

49 Division von Brüchen und Kehrwert

Dividieren Sie die nachfolgenden Brüche und lesen Sie die nebenstehenden Regel.

Bestimmen Sie die Kehrwert von:

a) $\frac{3}{4}$

b) 5

c) $\frac{a}{b}$

Division:

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} =$$

Division:

$$\frac{3}{5} : 4 =$$

Division:

$$5\frac{1}{5} : 2\frac{1}{6} =$$

Zu jeder Bruckzahl gibt es auch einen Kehrwert bzw. Reziproke Zahl.

$$n \rightarrow \frac{1}{n}$$

Achtung!

$$\frac{1}{0} = \infty$$

(sprich unendlich)

Das Produkt einer Zahl mit ihrem Reziprokwert ist 1.

$$n \cdot \frac{1}{n} = 1$$

Brüche werden miteinander dividiert, indem man den zweiten Bruch umstürzt (Kehrwert) und dann mit diesem Bruch multipliziert.

Wenn möglich, kürzen wir schon vor dem Dividieren.

Gemischte Zahlen werden zuerst in Brüche verwandelt und dann dividiert.

50 Multiplikationstafel

Die nachfolgende Multiplikationstafel ist zu vervollständigen!

	$\frac{1}{5}$		$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{5}{6}$				
$\frac{2}{3}$		$\frac{5}{4}$		
			$\frac{7}{2}$	
$\frac{2}{5}$				

51 Kürzen von Brüchen

Schreiben Sie die Potenzen aus, kürzen Sie die Brüche und schreiben das Resultat wieder als Potenz. Welche Regel können Sie davon ableiten?

$$\frac{100^5}{10^7} =$$

Regel:

Exponenten mit der gleichen

Basis werden dividiert,

indem man seine Potenzen

Subtrahiert!

(Basis, Exponent=Potenz)

52 Kürzen von Brüchen

Schreiben Sie die Potenzen aus, kürzen Sie die Brüche und schreiben das Resultat wieder als Potenz. Welche Regeln können Sie davon ableiten?

$$\frac{10^4 \cdot 10^3}{10^5} =$$

Regeln für Potenzrechnen:

Exponenten mit der gleichen

Basis werden multipliziert,

indem man seine Potenzen

addiert!

Exponenten mit der gleichen

Basis werden dividiert,

indem man seine Potenzen

Subtrahiert!

(Basis, Exponent=Potenz)

53 Vergleichen von Bruchtahlen

Suchen Sie alle natürlichen Zahlen, die man für x einsetzen kann. Schreiben Sie die Lösungsmenge in der aufzählenden und in der beschreibenden Form auf.

Beispiel: $x = 3;4;5$ und $L = \{x \in N / 3 \leq x \leq 5\}$

$$1 > \frac{x}{12} > \frac{3}{4}$$

Wichtige Zeichen von Mengenelementen:

N	natürliche Zahlen
N_0	natürliche Zahlen plus Null
R	reelle Zahlen (alle Q und $\pi, \sqrt{2}$)
Q	rationale Zahlen (Q=Quotient)
Z	ganze Zahlen
Q_0^+	positive rationale Zahlen plus Null
C	komplexe Zahlen (wie i)

L	Lösungsmenge
K	Koeffizientenmatrix
G	Grundmenge
D	Definitionsmenge
W	Wertemenge

54 Multiplikation

Ergänzen Sie nachfolgende Tabelle!

1. Faktor	$\frac{9}{20}$	$\frac{2}{5}$		$\frac{7}{3}$		$\frac{2}{54}$
2. Faktor	$\frac{4}{27}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{4}{9}$	
Produkt		$\frac{2}{15}$	5	1	$\frac{9}{4}$	$\frac{4}{9}$

55 Bruch, Dezimalbruch und Prozentwert

Vervollständigen Sie die nachfolgende Tabelle:

Bruch	Dezimalbruch	Prozentzahl [%]
$\frac{1}{6}$		
		87,5
	$0,\bar{6}$	

56 Divisionstafel

Die nachfolgende Divisionstafel ist zu vervollständigen!

:	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{5}{8}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$			
			$\frac{3}{5}$	
				1

57 Doppelbruch

Die nachfolgende Doppelbrüche sind aufzulösen!

a) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{5}} =$

b) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{4}} =$

58 Doppelbruch

Der nachfolgende Doppelbrüche ist aufzulösen!

$$\frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{51}{4}}{\frac{17}{2} \cdot \frac{607}{34}} =$$

59 Divisionstafel

Dividieren Sie jedes Element der Menge A durch die Menge B . Stellen Sie die Resultate mit einer Divisionstafel dar!

$$A = \left\{ 0, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{7}{2}, 3 \right\}; B = \left\{ \frac{2}{3}, 2, \frac{5}{2}, \frac{11}{4} \right\}$$

Menge B	Menge A				
	0	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{2}$	3
$\frac{2}{3}$					
2					
$\frac{5}{2}$					
$\frac{11}{4}$					

60 Lösungsmenge der Gleichung

Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung in \mathbb{Q}_0^+ ! Kontrollieren Sie durch einsetzen $G = \mathbb{Q}_0^+$.

a) $5x = 3$

b) $\frac{x}{7} \cdot 3 = \frac{6}{7}$

Wichtige Zeichen von Mengenelementen:

N	natürliche Zahlen
\mathbb{N}_0	natürliche Zahlen plus Null
R	reelle Zahlen (alle \mathbb{Q} und $\pi, \sqrt{2}$)
Q	rationale Zahlen (Q=Quotient)
Z	ganze Zahlen
\mathbb{Q}_0^+	positive rationale Zahlen plus Null
C	komplexe Zahlen (wie i)

L	Lösungsmenge
K	Koeffizientenmatrix
G	Grundmenge
D	Definitionsmenge
W	Wertemenge

61 Proportionen

Bestimmen Sie die Zahl, welche für die Variable x steht!

a) $\frac{16}{9} = \frac{176}{x}$

b) $\frac{45}{x} = \frac{405}{22}$