

Kapitel 3 Mathematik

Kapitel 3.6 Geometrie Satz des Pythagoras

Verfasser:

Hans-Rudolf Niederberger
Elektroingenieur FH/HTL
Vordergut 1, 8772 Nidfurn
055 - 654 12 87

Ausgabe:

November 2010

Inhaltsverzeichnis

3 Mathematik

3 Mathematik

3.6 Satz des Pythagoras

- 3.6.1 Einleitung
- 3.6.2 Lehrsatz von Pythagoras
- 3.6.3 Lehrsatz des Euklid
- 3.6.4 Satz des Thales
- 3.6.5 Höhensatz
- 3.6.6 Satz des Heron
- 3.6.7 Zusammenfassung

BiVo

Probleme umfassend bearbeiten
Verstehen und anwenden
Erinnern

TD Technische Dokumentation

BET Bearbeitungstechnik

TG Technologische Grundlagen

3.1 Mathematik

3.1.1 Arithmetische Operationen

- Operationen mit bestimmten und allgemeinen Zahlen
- Berechnungen mit Zehnerpotenzen
- Umrechnungen von Grössenordnungen mit Massvorsätzen

3.1.1 Logische Operationen

- Duales Zahlensystem
- Wahrheitstabelle
- Grundoperationen der Logik:
- AND, OR, NOT

3.1.1 Algebraische Gleichungen

- Gleichungen 1. Grades und rein quadratische Gleichungen
- Gleichungen 2. Grades mit Bezug zu den Fächern dieses Lehrplans

3.1.2 Geometrische Grössen

- Länge, Fläche, Volumen
- Seiten im rechtwinkligen Dreieck (Pythagoras)
- Trigonometrische Funktionen:
- Sinus, Cosinus, Tangens (0-90°)
- Darstellung der Sinus-, Cosinus- und Tangensfunktion im Einheitskreis und als Liniendiagramm

3.1.2 Grafische Darstellungen

- Diagrammarten
- Darstellungen im rechtwinkligen Koordinatensystem mit linearen und nichtlinearen Massstäben

3.1.2 Grafische Darstellungen

- Strecke, Pfeil als Mass einer Grösse (Vektor)
- Addition und Subtraktion mit zwei Grössen
- Addition und Subtraktion mit mehreren Grössen

EST Elektrische Systemtechnik

KOM Kommunikationstechnik

3.6 Satz des Pythagoras

3.6.1 Einleitung

Schon im 4. Jahrhundert v. Chr. führten Aristoteles und Aristoxenos die Anfänge der Mathematik bei den Griechen auf die Pythagoreer bzw. Pythagoras zurück. In der Spätantike und im Mittelalter war die Überzeugung allgemein verbreitet, Pythagoras sei der Begründer der Mathematik gewesen.

Damit war auch die Geometrie gemeint, der für die antiken Griechen wichtigste Teil der Mathematik. Dazu passte die Überlieferung vom Aufenthalt des Pythagoras in Ägypten, denn schon Herodot war der Überzeugung, die Geometrie stamme ursprünglich aus Ägypten, sie sei ein Ergebnis der Notwendigkeit stets neuer Landvermessung nach den regelmäßigen Nilüberschwemmungen gewesen.



Münzabbildung des
Pythagoras

Schon Isokrates nahm an, Pythagoras habe seine Mathematik und Astronomie den Ägyptern verdankt. Ferner galt Pythagoras auch als Vermittler mathematischen Wissens der Babylonier, denn man ging davon aus, dass er sich in seiner Jugend in Babylon aufgehalten hatte.

3.6.2 Lehrsatz von Pythagoras

Aufgabe 6.25

Zeichnen Sie ein rechtwinkliges Dreieck ABC aus $b=4\text{cm}$ und $a=3\text{cm}$. Errichten Sie auf den Seiten die Quadrate, und teilen sie durch parallele Linien in cm^2 ein. Vergleichen Sie die Quadrate der Katheten mit den Hypotenusenquadraten.

Erkenntnis:

"Alles ist Zahl"



Pythagoras von Samos
(Geboren um 570 v. Christus, † nach 510 v. Chr.),

war ein griechischer
Philosoph

Lehrsatz

**Im rechtwinkligen Dreieck ist die Summe
der Kathetenquadrate gleich dem
Hypotenusenquadrat.**

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Der Pythagoreische Lehrsatz ist nach dem berühmten griechischen Mathematiker „Pythagoras“ (500 v. Chr.) benannt. Dieser berühmte Lehrsatz ist nicht von Phythagoras gefunden worden, sondern ist viel älter.

3.6.3 Lehrsatz des Euklid

Beweise für den Pythagoreischen Lehrsatz gibt es viele. Wir begnügen uns hier mit einem, mit dem Lehrsatz des Euklid.

Aufgabe 6.26

Zeichnen Sie ein rechtwinkliges Dreieck ABC aus $a=3\text{cm}$ und $b=4\text{cm}$. Errichten Sie auf den Seiten die Quadrate, und teilen sie durch ihre Verlängerung das Hypotenusenquadrat in zwei Rechtecke aus der Hypotenuse und einem Hypotenusenabschnitt. Die Hypotenusenabschnitte q und p nennt man auch Projektionen der Katheten b und a .

Erkenntnis:

Euklid von Alexandria
war ein griechischer
Mathematiker.



Lehrsatz

**Im rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über
einer Kathete gleich dem Rechteck aus der
Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusen-**

Abschnitt $a^2 = c \cdot p$, $b^2 = c \cdot q$

(ca. 365 v. Christus vermutlich in Alexandria oder Athen; † ca. 300 v. Chr.)

3.6.4 Satz des Thales

Ist ein Winkel ein Rechter, so heisst die gegenüberliegende Seite Hypotenuse, die beiden anliegenden Seiten Katheten.

Bei einem Winkel $\gamma = 90^\circ$ gilt:



Thales von Milet

„Das Wasser ist das Beste“

Er galt als der älteste der sieben Weisen in der Antike.

Lehrsatz des Thales (Thaleskreis)

Im rechtwinkligen Dreieck liegt der rechte

Auf dem Halbkreis (Umkreis) über der

Hypotenuse.

$$r = \frac{c}{2}$$

$$\rho = \frac{a + b - c}{2}$$

3.6.5 Höhensatz

Zeichnen Sie in ein rechtwinkliges Dreieck das Quadrat über der Höhe und das Rechteck aus den Hypotenusenabschnitten q und p . Vergleichen Sie den Inhalt beider Flächen.

Erkenntnis:

Lehrsatz

Im rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der

Höhe gleich dem Rechteck aus den beiden

Hypotenusenabschnitten.

Höhensatz $h^2 = p \cdot q$

3.6.6 Satz des Heron

Gewöhnlich lautet die Flächenformel für das Dreieck $A = \frac{c \cdot h}{2}$.

Es ist aber auch möglich, die Fläche des Dreiecks unmittelbar aus den drei Seiten zu berechnen. Bezeichnet man den Umfang eines Dreiecks mit $2s$, so ist der halbe Umfang s .

$$a + b + c = 2s$$
$$s = \frac{a + b + c}{2}$$

Der Flächeninhalt eines beliebigen Dreiecks ist dann

Satz des Heron

$$A = \sqrt{s(s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$

Beweis:

Mit Hilfe des pythagoreischen Lehrsatzes wird die Höhe h des Dreiecks durch die beiden Seiten a und b ausgedrückt.

3.6.7 Zusammenfassung

Satz vom Pythagoras

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Die Benennung des Satzes nach Pythagoras stammt von Euklid.

$$U = a + b + c$$

Kathetensatz von Euklid

$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$

Höhensatz von Euklid

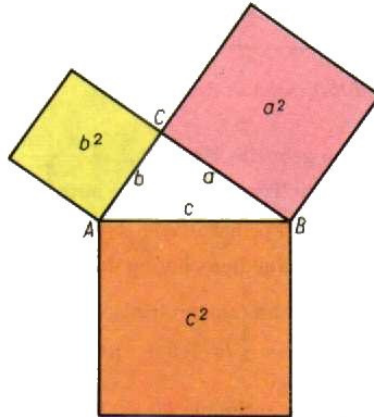
$$h_c^2 = p \cdot q$$



Thales von Milet

„Das Wasser ist das Beste“

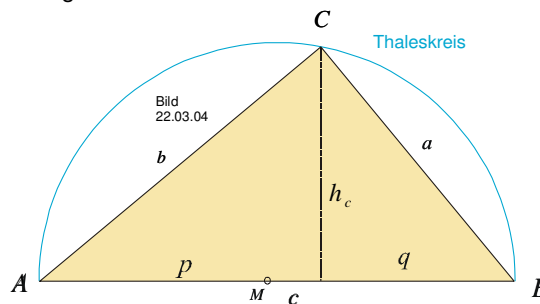
Er galt als der älteste der sieben Weisen in der Antike.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Merke:

Alle Dreiecke unter dem Thaleskreis sind „Rechtwinklig“.



p Hypotenusenabschnitt

q Hypotenusenabschnitt

Alle Längenmasse möglich. Es ist auf die Massgleichheit zu achten.

"Alles ist Zahl"



Pythagoras von Samos

(Geboren um 570 v. Christus, † nach 510 v. Chr.),

war ein griechischer Philosoph



Euklid von Alexandria

(ca. 365 v. Christus vermutlich in Alexandria oder Athen; † ca. 300 v. Chr.),

war ein griechischer Mathematiker.